

ASIGNATURA: Álgebra

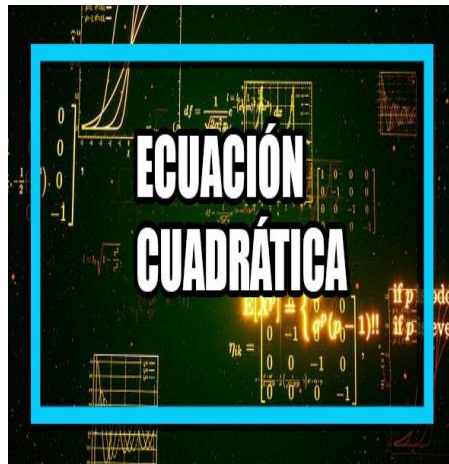
GRADO: Noveno

TIEMPO DE DESARROLLO: SEMANAS DEL 28 DE SEPTIEMBRE AL 16 DE OCTUBRE DE 2020

EL DESARROLLO SE ENVIARÁ AL CORREO : fernandoduran2020trabajoencasa@gmail.com

AL FINALIZAR EL DESARROLLO DE ESTA GUÍA APRENDERAS A: Resolver ecuaciones Cuadráticas usando la fórmula general

CONTEXTO MOTIVACIONAL



Discriminante

Si $b^2 - 4ac$ es:

> 0 tiene dos interceptos en x

$= 0$ tiene un intercepto en x

< 0 no tiene intercepto en x



CRITERIOS DE VALORACIÓN:

Se tendrán en cuenta para la valoración de los talleres los siguientes criterios.

1. El desarrollo de cada ejercicio, es decir la justificación de cada respuesta. (60%)
2. Enviar los talleres en las fechas establecidas (30%)
3. El orden y secuencias de los procesos. (10%)
4. Correcciones en caso de ser necesario (hasta más de 1 unidad en la nota)

Ecuaciones Cuadráticas

Hola chicos, en este taller y el siguiente vamos a trabajar nuestro último tema que es de suma importancia, la Ecuación Cuadrática.

Las ecuaciones cuadráticas o ecuaciones de segundo grado son aquellas en donde el exponente del término desconocido está elevado al cuadrado, es decir, la incógnita está elevada al exponente 2. Tienen la forma general de un trinomio:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

donde a , b y c son números reales y se conocen como coeficientes. Así, a es el coeficiente de x^2 , b es el término o coeficiente de x y c es el término independiente.

Si $a = 1$, la ecuación cuadrática es reducida. Si $a = 0$, entonces deja de ser una ecuación de segundo grado, y se transforma en una ecuación de primer grado:

Tipos de ecuaciones cuadráticas

Las ecuaciones cuadráticas pueden ser completas o incompletas, dependiendo de si existen los términos dependientes de x (b) o independiente (c).

Ecuaciones completas de segundo grado: Las ecuaciones completas de segundo grado tienen la forma: $ax^2 + bx + c = 0$, es decir, todos los términos se encuentran presentes; por ejemplo:

$$2x^2 + 5x + 3 = 0 \quad \text{En ésta: } a=2, b=5 \text{ y } c=3$$

Ecuaciones incompletas de segundo grado

- 1) Cuando no existe el término independiente, es decir, el término c , la ecuación tiene la forma: $ax^2 + c = 0$

Ejemplo

$$x^2 - 3x = 0 \quad \text{Ésta es un poquito especial:}$$

- ¿Dónde está la a ? Bueno, $a=1$, dado que normalmente no escribimos " $1x^2$ "
- $b = -3$
- ¿Y la c ? Bueno, $c=0$, por lo que no se muestra.

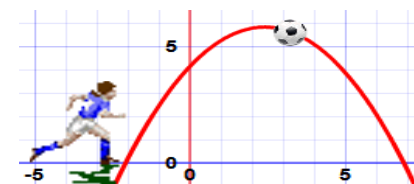
- 2) Cuando no existe el coeficiente de x , es decir, el término b , la ecuación toma la forma: $ax^2 + bx = 0$

Ejemplo: $9x^2 - 3x = 0$

La ecuación : $5x - 3 = 0$

Ésta **no** es una ecuación cuadrática: le falta x^2 (en otras palabras, si $a=0$, entonces la ecuación no es cuadrática, es una ecuación lineal)

Las Ecuaciones Cuadráticas hacen curvas bonitas, como ésta:



¡Ecuaciones Cuadráticas Disfrazadas!

Como vimos antes, la **Forma Estándar** de una Ecuación Cuadrática es:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

¡Pero a veces una ecuación cuadrática se ve diferente!

Por ejemplo:

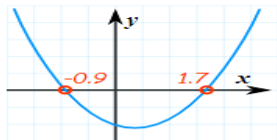
Cuadrática Disfrazada		En Forma Estándar	a, b y c
$x^2 = 3x - 1$	Mueve todos los términos a la izquierda	$x^2 - 3x + 1 = 0$	$a=1, b=-3, c=1$
$2(w^2 - 2w) = 5$	<u>Desarrolla</u> (quita los <u>paréntesis</u>), y mueve el 5 a la izquierda	$2w^2 - 4w - 5 = 0$	$a=2, b=-4, c=-5$
$z(z-1) = 3$	Desarrolla y mueve el 3 a la izquierda	$z^2 - z - 3 = 0$	$a=1, b=-1, c=-3$

¿Cómo encontramos la solución?



Las "**soluciones**" de una Ecuación Cuadrática son los valores donde la ecuación es **igual a cero**.

También se les llama "raíces", o incluso "ceros".



Normalmente hay 2 soluciones (como se muestra en la gráfica).

Y hay diferentes métodos para encontrar las soluciones:

Podemos Factorizar el Cuadrático (encontrar qué es lo que hay que multiplicar para generar la ecuación cuadrática).

O podemos Completar el Cuadrado.

O podemos usar la famosa **Fórmula Cuadrática**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tan solo pon los valores de a, b y c, y haz las operaciones.

Veremos este método con mayor detalle a continuación.

Acerca de la Fórmula Cuadrática

Más/Menos

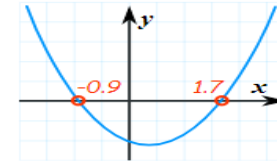
Primero que nada, ¿qué es ese símbolo de más/menos que se ve así $\pm$?

El signo $\pm$ significa que hay DOS respuestas:

$$x = -b + \sqrt{b^2 - 4ac} / 2a$$

$$x = -b - \sqrt{b^2 - 4ac} / 2a$$

Aquí hay un ejemplo con dos respuestas:



¡Pero no siempre se ve así!

- Imagina si la curva "solo toca" el eje-x.
- ¡O imagina que la curva está tan arriba que ni siquiera cruza al eje-x!

Es aquí cuando el "Discriminante" nos ayuda ...

Discriminante

¿Ves la parte donde dice $b^2 - 4ac$ en la fórmula de arriba? Se llama **Discriminante**, porque puede "discriminar" entre los posibles tipos de respuesta:

- cuando $b^2 - 4ac$ es positivo, obtenemos dos soluciones reales
- si es cero, sólo hay UNA solución real (en realidad las dos soluciones son la misma)
- cuando es negativo, obtenemos un par de soluciones complejas

¿Soluciones complejas? Hablaremos de ellas después de que aprendamos a usar la fórmula.

El uso de la Fórmula Cuadrática

Para resolverla, solo pon los valores de a, b y c en la fórmula cuadrática y haz los cálculos.

Ejemplo: Resuelve $5x^2 + 6x + 1 = 0$

Los coeficientes son: $a = 5$, $b = 6$, $c = 1$

Fórmula cuadrática: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

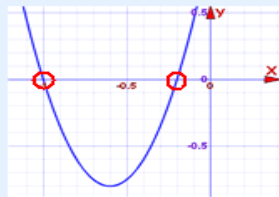
Pon los valores de a, b y c. $x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 5 \times 1}}{2 \times 5}$

Resuelve: $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 20}}{10}$

$x = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{10}$

$x = \frac{-6 \pm 4}{10}$

$x = -0,2 \text{ ó } -1$



Respuesta: $x = -0,2$ o $x = -1$

Las podemos ver en esta gráfica

Comprobación **-0,2**:

$$\begin{aligned} 5 \times (-0,2)^2 + 6 \times (-0,2) + 1 \\ = 5 \times (0,04) + 6 \times (-0,2) + 1 \\ = 0,2 - 1,2 + 1 \\ = 0 \end{aligned}$$

Comprobación **-1**:

$$\begin{aligned} 5 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) + 1 \\ = 5 \times (1) + 6 \times (-1) + 1 \\ = 5 - 6 + 1 \\ = 0 \end{aligned}$$

Ejemplo 2

Calcule la solución de la siguiente ecuación cuadrática: $x^2 + 5x + 6 = 0$.

Para empezar, debemos notar que el término x^2 no tiene antepuesto ningún coeficiente, esto quiere decir que está multiplicado por *uno*, ya que $x^2 = 1 \cdot x^2$. Así, tenemos que $a = 1$, $b = 5$ y $c = 6$. Entonces, tenemos que:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

A partir de esta última igualdad tenemos dos situaciones, el signo $\pm$ indica que hay dos operaciones: una suma y una resta. Por lo tanto, tendremos dos soluciones como sigue:

$$\begin{aligned} x &= \frac{-5 + 1}{2} \\ &= \frac{-4}{2} = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-5 - 1}{2} \\ &= \frac{-6}{2} = -3 \end{aligned}$$

Así, $x = -2$ ó $x = -3$ son las dos soluciones de la ecuación: $x^2 + 5x + 6 = 0$.

• **Ejemplo 3:** Ecuación cuadrática con una solución.

$$3x^2 + 3 = 6x$$

Primer paso: Se reescribe la ecuación en su forma general.

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$

Segundo paso: Se identifican los valores de los coeficientes y la constante.

$$a = 3, b = -6, c = 3$$

Tercer paso: Se sustituyen los valores anteriores en la formula general.

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(3)(3)}}{2(3)}$$

Cuarto paso: Se realizan las operaciones indicadas (respetando las leyes de los signos).

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(3)(3)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{6}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{6}$$

Quinto paso: Se obtienen las soluciones.

$$x_1 = \frac{6}{6}$$

$$x_1 = 1$$

INDICACIONES GENERALES PARA EL DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

Este taller debes resolverlo en el **cuaderno de Álgebra**, tomar fotos y enviarlas al *nuevo correo* que es exclusivo para recibir tus trabajos de ahora en adelante: fernandoduran2020trabajoencasa@gmail.com

Recuerda resolverlo y enviarlo en las fechas indicadas para no perder el 30% de la nota.

Horario de clases virtuales de ÁLGEBRA que tendremos hasta la primera semana de noviembre:

CURSO 903

Día	Hora	Link
Octubre 16 de 2020	5:00 pm a 6: 30 Pm	https://meet.google.com/akg-eusx-mqx
Octubre 23 de 2020	5:00 pm a 6: 30 Pm	https://meet.google.com/akg-eusx-mqx
Octubre 30 de 2020	5:00 pm a 6: 30 Pm	https://meet.google.com/akg-eusx-mqx
Noviembre 6 de 2020	5:00 pm a 6: 30 Pm	https://meet.google.com/akg-eusx-mqx

AHORA TE TOCA A TI

Resuelva por el método de fórmula, las siguientes ecuaciones:

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| a) $x^2 - 3x - 10 = 0$ | b) $7x^2 - 13x - 1 = 0$ |
| c) $6x^2 + 7x - 3 = 0$ | d) $9x^2 + 9x + 52 = 0$ |
| e) $mx^2 - nx + 1 = 0$ | f) $x^2 - 4x - 117 = 0$ |
| g) $x^2 + 23x + 120 = 0$ | h) $2x^2 + 3x = 65$ |
| i) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ | j) $3x^2 + 5x = 2$ |

BIBLIOGRAFÍA

<https://www.hiru.eus/es/matematicas/ecuaciones-de-segundo-grado>
http://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/plan_choco/mat_9_b3_p3_est_web.pdf
<https://www.disfrutalasmatematicas.com/algebra/ecuaciones-cuadraticas.html>