

• POLÍGONOS SEMEJANTES

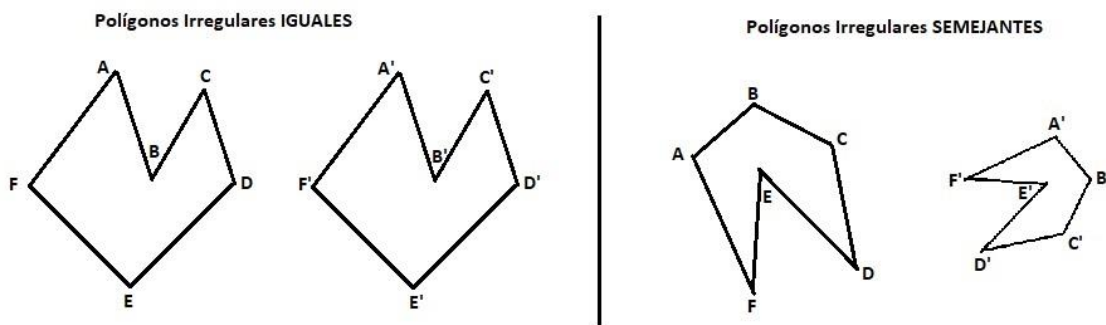
Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma, aunque tengan distinto tamaño. Veamos, a través de las siguientes actividades, cómo se traduce esto matemáticamente.

Nomenclatura y notación de los elementos de polígonos semejantes.

Dados dos polígonos semejantes, es decir, dos polígonos con la misma forma, se llaman elementos correspondientes u homólogos a los elementos que ocupan la misma posición en los dos polígonos. Así, tendremos vértices y lados correspondientes y también ángulos.

Una notación muy utilizada para denotar elementos correspondientes en dos polígonos es usar las mismas letras añadiendo "prima" en uno de los polígonos.

Ejemplo:



Los polígonos irregulares iguales se caracterizan por tener ángulos y lados iguales en cada uno de ellos; mientras que los polígonos semejantes tienen sus vértices y ángulos iguales, pero las longitudes de sus lados no son iguales.

ACTIVIDAD:

- 1.) En los polígonos irregulares IGUALES, determine la longitud de los lados CD y C'D'. ¿Son iguales sus lados? SI () NO ()
- 2.) Determine el valor de los ángulos y escríbalos en cada uno de ellos tanto en los polígonos semejante como en el igual.

Razón de semejanza y semejanza:

La constante de proporcionalidad entre los lados de polígonos semejantes se llaman razón de semejanza. La razón de semejanza es el número por el que hay que multiplicar las longitudes de los lados de una de las figuras para obtener las longitudes de los lados de la otra.

La transformación geométrica que transforma una figura en otra figura semejante se llama semejanza. Una semejanza transforma una figura en otra que tiene los mismos ángulos y los lados proporcionales.

Cómo hallar la razón de semejanza:

Dadas dos figuras semejantes, para calcular la razón de semejanza entre ellas, se divide la longitud de un lado de una de las figuras entre la longitud del lado correspondiente en la otra.

Dadas dos figuras semejantes, F y F', podremos considerar dos semejanzas y dos razones de semejanza. La semejanza que transforma F en F' y su razón, k, pero también la inversa, la semejanza que transforma F' en F y su razón, k'. Es fácil demostrar que se cumple que:

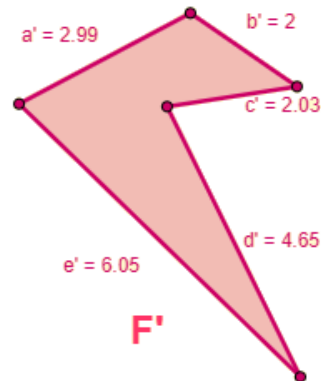
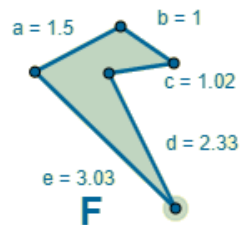
$$k' = \frac{1}{k}$$



La razón de semejanza que transforma F en F' es $\frac{a'}{a}$.

La razón de semejanza que transforma F' en F es $\frac{a}{a'}$.

Miremos en el siguiente ejercicio:



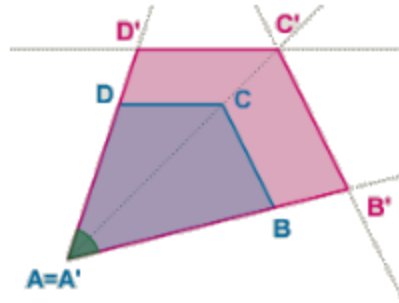
a. El valor inicial de k es 2. Comprueba si efectivamente las longitudes de los lados de F' se obtienen multiplicando por 2 las correspondientes de F. ¿A qué achacas las diferencias?

b. Calcula, para ese mismo caso, cuál es la razón de semejanza que transforma F' en F.

Polígonos en posición de Tales:

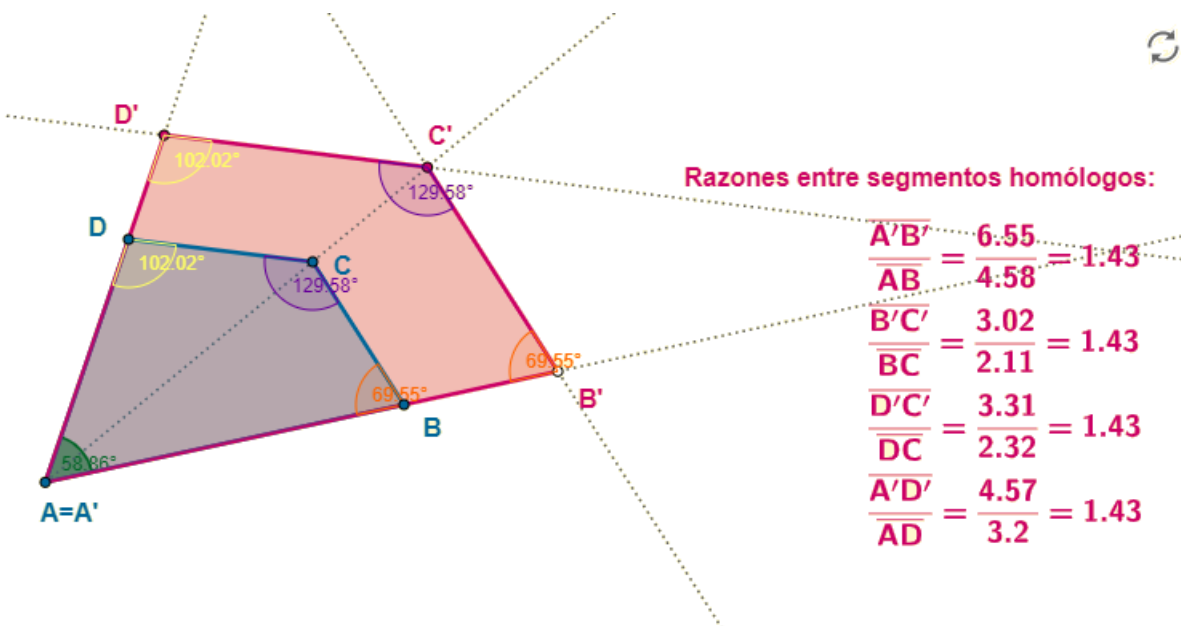
Dos polígonos están en posición de Tales si tienen un ángulo en común, los lados que forman este ángulo son paralelos a sus homólogos y las rectas que pasan por dos vértices homólogos se cortan en el vértice común.

$$\widehat{A} = \widehat{A'} \quad BC \parallel B'C' \quad CD \parallel C'D'$$



ACTIVIDAD:

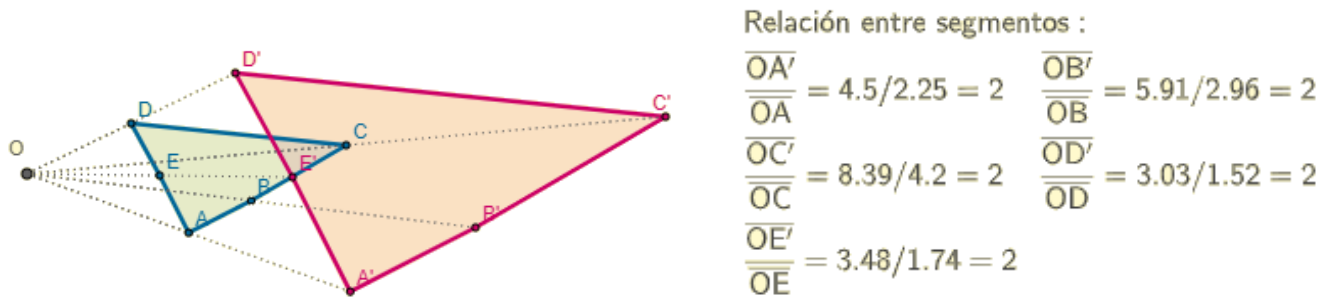
Mide los ángulos de los vértices D, C, y B, como también A', B', y C'. y escribe que puedes concluir.



Concepto de Homotecia

Dado un punto O y un número real k distinto de cero, se llama homotecia de centro O y razón k, y se denota por $H_{(O,k)}$ a la transformación geométrica que asocia a cada punto P del plano otro punto P' de modo que la longitud del segmento OP' es el resultado de multiplicar por k la longitud del segmento OP.

Es decir, una homotecia es una transformación geométrica que, a partir de un punto fijo O, multiplica las distancias por un mismo factor.



Triángulos en posición de Thales.

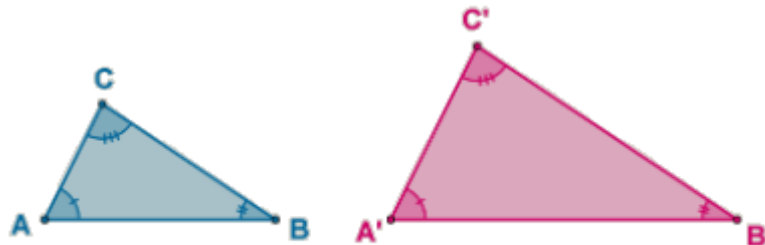
Los triángulos son los polígonos con menor número de lados y son básicos y fundamentales para luego estudiar el resto de los polígonos. Por eso se estudian de forma especial.

A continuación, estudiaremos cómo comprobar que dos triángulos son semejantes sin necesidad de comprobar todas las condiciones de la definición.

Triángulos semejantes

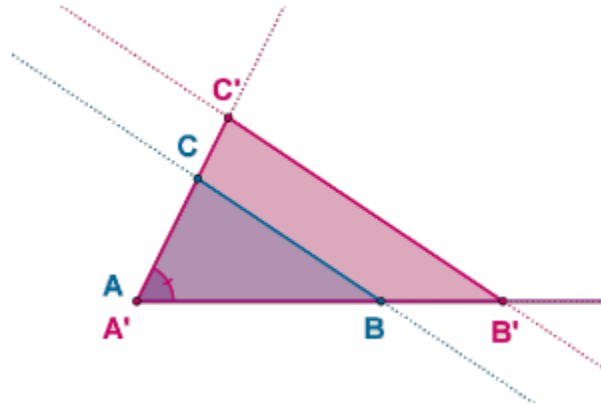
Dos triángulos ABC y A'B'C' son semejantes si:

- Sus ángulos homólogos son iguales: $\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$ y $\widehat{C} = \widehat{C'}$
- Sus lados homólogos son proporcionales: $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$



Triángulos en posición de Thales

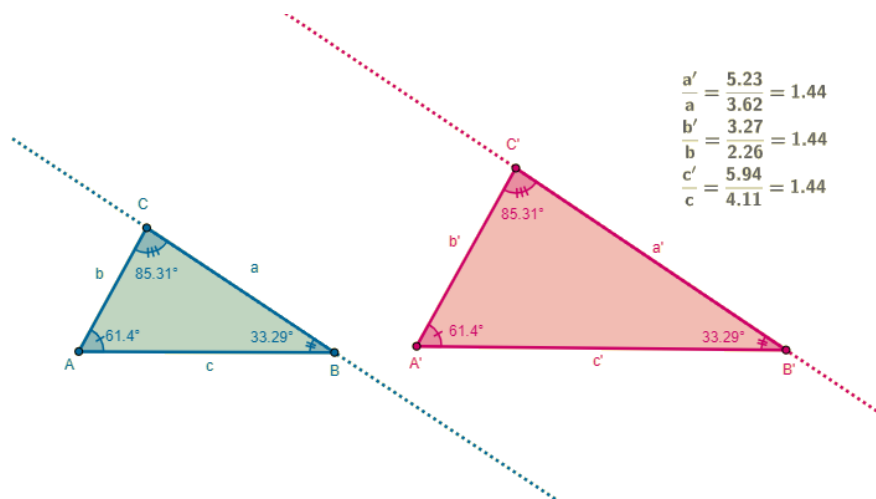
Dos triángulos están en posición de Thales si tienen un ángulo común y los lados opuestos a ese ángulo son paralelos.



Como sucede con el resto de los polígonos, si dos triángulos que se puedan colocar en posición de Thales entonces son semejantes.

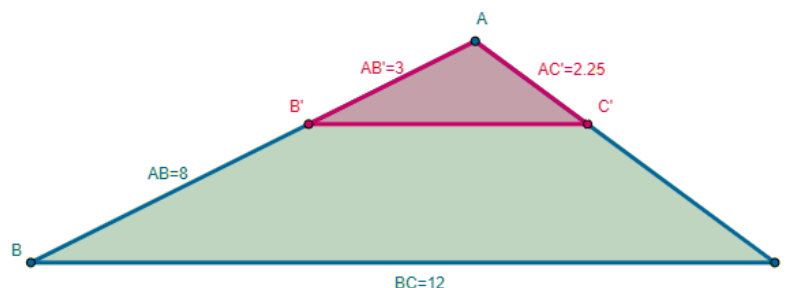
ACTIVIDAD:

Recorta en un acetato o superficie transparente los siguientes triángulos para demostrar si son semejantes. (Construir maqueta).



Ejercicio:

Dados los triángulos ABC y A'B'C', calcula la medida de los lados que faltan.

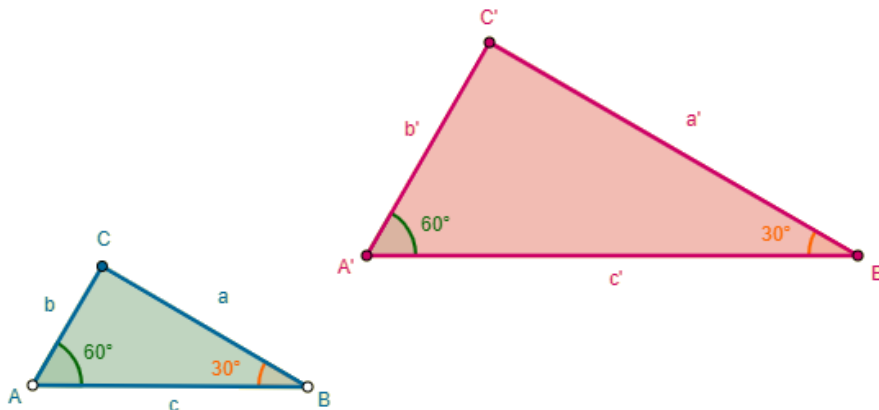


Criterios de semejanza de triángulos

Para comprobar si dos triángulos son semejantes no hace falta comprobar que los lados son proporcionales y los ángulos iguales, basta con comprobar que cumplen alguno de estos tres criterios.

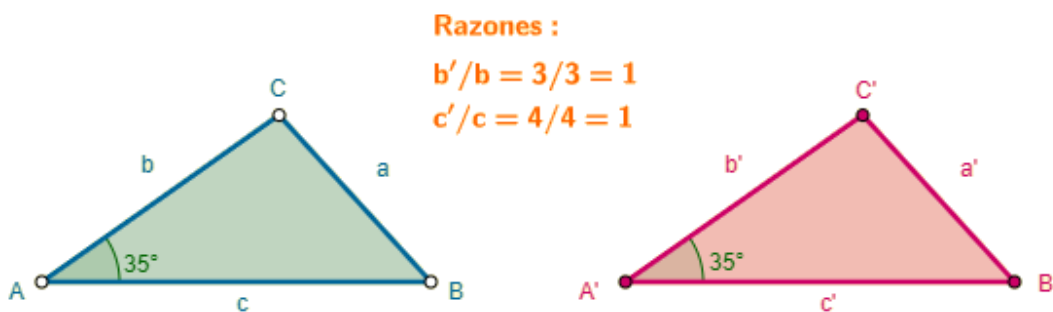
Primer criterio: Criterio AA (ángulo - ángulo)

Dos triángulos que tienen dos ángulos iguales son



Segundo criterio: Criterio LAL (lado - ángulo - lado)

Dos triángulos que tienen un ángulo igual comprendido entre lados proporcionales, son semejantes.



Tercer criterio: Criterio LLL (lado - lado - lado)

Dos triángulos que tienen los tres lados proporcionales son semejantes.



EJERCICIOS

1. Deduce si son forzosamente semejantes un triángulo con un ángulo de 30° y otro de 40° y otro triángulo con ángulos de 30° y 110° .
2. Deduce si dos triángulos que tienen un ángulo de 20° y los lados que lo forman en uno miden 6 y 15 cm y en el otro, 4 y 10 cm son forzosamente semejantes.
3. Con base en el ejercicio anterior, construye ambos triángulos en un pedazo de cartulina y comprueba si se pueden poner o no en posición de Thales.

ACTIVIDAD GENERAL DE LA GUÍA

Los estudiantes deben copiar la guía en el cuaderno de forma completa y construir las maquetas respectivas.

Deben Investigar los siguientes temas para complementar la guía y hacer un resumen de cada uno de ellos en el cuaderno también.

- LONGITUDES PROPORCIONALES

Ver el siguiente video para complementar la actividad.

<https://www.youtube.com/watch?v=JGyYSzhCxFA>

- TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES

Ver el siguiente video: <https://www.youtube.com/watch?v=Vqtn4erKIUE>

- RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

<https://www.youtube.com/watch?v=CRg5jQRj1Hg>

CUALQUIER DUDA ME ESCRIBEN AL SIGUIENTE CORREO

mpineda.vanudista@gmail.com